dove $\delta u, \delta v, \delta s$ indicano i valori di du, dv, ds relativi alla geodetica del sistema considerato, passante pel punto (u, v). Quando è dato l'integrai primo che rappresenta il sistema stesso, è facile calcolare i valori di — , — relativi a quella curva.

05 os La precedente equazione, notevole per la sua semplicità, non è forse ancora stata messa in rilievo. Essa potrebbe però essere dedotta senza difficoltà da una forinola del signor BONNET *) ; ed anche il signor CHELINI ne ha data una equivalente in una Memoria letta nel corrente anno (1868) all'Accademia di Bologna **).

Chiamando $\varphi(u, v)$ la funzione primitiva, precedentemente segnata con $F(x, y)$, si hanno, in luogo delle (3'), le equazioni

$$\frac{\delta\varphi}{\delta u} = \frac{E\delta u + F\delta v}{\delta s}, \qquad \frac{\delta\varphi}{\delta v} = \frac{F\delta u + G\delta v}{\delta s},$$

donde, eliminando y- , y- per formare l'equazione analoga alla (4), si ricava

dv _ 2 F d v d u , * G du

cioè

secondo la segnatura già da noi più volte usata.

La funzione φ è suscettibile di un'interpretazione elegante. Infatti essendo

(8) $$d\varphi = \frac{E\delta u + F\delta v}{\delta s}\, du + \frac{F\delta u + G\delta v}{\delta s}\, dv$$

sì vede che le curve rappresentate dall'equazione φ — cost., ossia $d\varphi$ = o, soddisfanno alla relazione

$$E du\delta u + F(du\delta v + dv\delta u) + G dv\delta v = 0,$$

la quale esprime, come e noto, l'ortogonalità delle direzioni corrispondenti ai due rapporti $du:dv$ e $\delta u:\delta v$. Dunque le anzidette curve φ = cost. sono ortogonali alle geodetiche rappresentate dall'equazione integrale di primo ordine (per un determinato valore della costante arbitraria, se questa esiste nell'integrale, ovvero per un determinato sistema di valori delle costanti arbitrarie, se l'integrale stesso ne contiene di soprannumerarie). Di più, considerando due punti infinitamente vicini (u, v), $(u+du, v$

*) Journal de Mathématiques pures et appliquées (deuxième sèrie), t. V

(1860), pag. 166. **) Memorie dell'Accademia delle Scienze di Bologna (seconda serie), t. Vili. pag. 27.